

Question Paper Code : 3126

B.A. (Part-III) Examination, 2017

STATISTICS

[First Paper]

(Non-parametric Inference and Regression Analysis)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 35

Note : Answer **five** questions in all. Question **No.1** is **compulsory**. Rest attempt **one** question from each unit.

कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न सं० 1 अनिवार्य है।
इसके अतिरिक्त प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न कीजिए।

1. (a) How will you test randomness in non-parametric methods ?

अप्राचलीय विधि में यादृच्छिकता का परीक्षण कैसे करेंगे?

- (b) Explain the main difference between parametric and non-parametric approach in the theory of statistical inference.

सांख्यिकी अनुमति के सिद्धान्त में प्राचल और गैर-प्राचल तकनीक में मुख्य अन्तरों को स्पष्ट कीजिए।

S-481/100

(1)

[P.T.O.]

- (c) How will you test whether two samples are coming from identical populations ?

दो प्रतिदर्श एकरूपीय समष्टियों से आ रहे हैं, इसका परीक्षण कैसे करेंगे ?

- (d) Explain the concept of regression.

समाश्रयण की संकल्पना समझाइये।

- (e) What is meant by order statistics ? Derive the probability density function of r^{th} order statistics for a random sample of size n from a distribution of discrete type.

क्रमित सांख्यिकी से आप क्या समझते हैं ? असतत प्रकार के बंटन से प्राप्त n आकार के यादृच्छिक प्रतिदर्श के लिए r^{th} क्रमित सांख्यिकी का प्रायिकता घनत्व फलन ज्ञात कीजिए।

- (f) Given a random sample of size n from $N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$. Write down the unbiased estimator of $\underline{\mu}$ and Σ .

एक $N_p(\underline{\mu}, \Sigma)$ समष्टि से n आकार के प्रतिदर्श दिए होने पर प्राचलों $\underline{\mu}$ और Σ के अनभिनत आकलक लिखिए।

- (g) Define a multivariate probability density function and state its properties.

एक बहुचर घनत्व फलन की परिभाषा दीजिए तथा इसके गुणों को बताइये।

- (h) If a p -dimensional random vector \underline{X} has p. d. f. $f_{\underline{X}}(\underline{x}) = k e^{-\frac{1}{2}(\underline{x}-\underline{b})' \Sigma^{-1}(\underline{x}-\underline{b})}$ then, what will be the value of constant k ?

यदि एक p - विमीय चर \underline{X} का प्रायिकता घनत्व फलन $f_{\underline{X}}(\underline{x}) = k e^{-\frac{1}{2}(\underline{x}-\underline{b})' \Sigma^{-1}(\underline{x}-\underline{b})}$ तब, अचर k का मान क्या होगा ?

- (i) Write down the assumptions usually made in general linear model.

सामान्य रैखीय माडल में सामान्यता प्रयुक्त होने वाली कल्पनाओं को लिखिए।

- (j) Explain best linear unbiased estimator with example.

अच्छा रैखिक अनभिनत आकलक को उदाहरण सहित समझाइये।

UNIT-I / इकाई-I

2. (a) Define multivariate normal distribution and obtain its moment generating function.

बहुचर प्रसामान्य बंटन की परिभाषा दीजिए तथा इसका आघूर्ण जनित फलन निकालिए।

- (b) Show that in multivariate normal distribution any linear function of the variates is normally distributed.

दिखाइये कि बहुचर प्रसामान्य बंटन में चरों के सरल रेखीय फलन का बंटन भी प्रसामान्य होता है।

3. Let $\underline{x}_{p \times 1}$ be distributed as multivariate normal. Obtain the conditional distribution of the subvector $\underline{x}_{q \times 1}^{(1)}$, $q < p$, when the other subvector $\underline{x}_{(p-q) \times 1}^{(2)}$ is held fixed.

माना कि $\underline{x}_{p \times 1}$ का बहुचर प्रसामान्य बंटन है। उपसदिश $\underline{x}_{q \times 1}^{(1)}$, $q < p$, का बंटन निकालिए जबकि दूसरा उपसदिश $\underline{x}_{(p-q) \times 1}^{(2)}$ स्थिरांक माना गया हो।

UNIT-II / इकाई-II

4. Let $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}$; $0 < x < \theta$ and x_1, x_2, x_3 be a random sample of size 3 from this p.d.f. Let z_1, z_2, z_3 be the order statistics of this sample. Find the p.d.f. of z_1 and z_3 and hence obtain $P[z_2 \geq \theta/3]$.

यदि $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}$; $0 < x < \theta$ और x_1, x_2, x_3 इस प्रायिकता घनत्व फलन से लिया गया 3 आकार वाला यादृच्छिक प्रतिदर्श है। माना कि z_1, z_2, z_3 इस प्रतिदर्श की क्रमित सांख्यिकी है तो z_1 तथा z_3 का प्रायिकता घनत्व फलन ज्ञात कीजिए तथा $P[z_2 \geq \theta/3]$ का मान निकालिये।

5. Find the smallest value of n for which $P[Y_1 < \xi_{0.5} < Y_n] \geq 0.99$, where $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_n$ are the order statistics of a random sample of size n from a distribution of continuous type and ξ_p is a quantile of order p .

n का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $P[Y_1 < \xi_{0.5} < Y_n] \geq 0.99$, जबकि $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_n$, n आकार के प्रतिदर्श के क्रमित प्रतिदर्शज है तथा ξ_p क्रम p का विभाजन है।

UNIT-III / इकाई-III

6. Discuss Wilcoxon's signed rank test.

Wilcoxon के signed rank परीक्षण की व्याख्या कीजिए।

7. Describe the non-parametric test for goodness of fit and compare it with the χ^2 -test.

आसंजन सौष्ठव परीक्षण के लिए अप्राचल परीक्षण समझाइये और इसकी तुलना χ^2 -परीक्षण से कीजिए।

UNIT-IV / इकाई-IV

8. If $\underline{Y} = X \underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$ is general linear model of full rank and if $\underline{\varepsilon}$ is distributed as the p-variate normal with mean \underline{O} and covariance $\sigma^2 I$, then prove that $\hat{\underline{\beta}} = (x^1 x)^{-1} x^1 \underline{Y}$, is an unbiased estimator of $\underline{\beta}$ with $\text{cov}(\hat{\underline{\beta}}) = \sigma^2 (x^1 x)^{-1}$

यदि $\underline{Y} = X \underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$ एक full rank का सामान्य रेखीय मॉडल है और $\underline{\varepsilon}$ का बंटन एक p-चरीय प्रसामान्य बंटन है जिसका माध्य \underline{O} और सहप्रसरण मैट्रिक्स $\sigma^2 I$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\hat{\underline{\beta}} = (x^1 x)^{-1} x^1 \underline{Y}$, $\underline{\beta}$ का एक अभिनत आकलक है और $\text{cov}(\hat{\underline{\beta}})$ का मान $\sigma^2 (x^1 x)^{-1}$ है।

9. Present a brief account of tests of hypothesis concerning $\underline{\beta}$ in model $\underline{Y} = X \underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$ under the normality assumptions.

माडल $\underline{Y} = X \underline{\beta} + \underline{\varepsilon}$ में $\underline{\beta}$ से सम्बन्धित कल्पनाओं के परीक्षण संक्षिप्त में बताइये जबकि प्रसामान्यता का प्रतिबन्ध मान लिया गया हो।

----- x -----