Question Paper Code : 3100

B.A./B.Sc. (Part-III) Examination, 2018

MATHEMATICS-IV

[Fourth (b) Paper]

(Linear Programming)

Time : Three Hours] **Maximum Marks :** $\begin{cases} B.A.: & 40 \\ B.Sc.: & 75 \end{cases}$

Note : Answer **five** questions in all. Question **No.1** is **compulsory**. Besides this, answer **one** question from each unit. Marks against each question are mentioned as marks for B.A./ marks for B.Sc.

कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। **प्रश्न संख्या-1 अनिवार्य** है। इसके अलावा, प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न का उत्तर दीजिये।प्रत्येक प्रश्न के अंक B.A.के लिये अंक /B.Sc. के लिये अंक के रूप में निरूपित हैं।

1. Answer all parts : [16/30]

सभी खण्ड कीजिये :

http://www.lucknowstudy.com

(a) A fruit seller sells bananas and apples. He has Rs. 5000 to invest and space to store 350 pieces of both the items. An apple costs him Rs.2 and a banana Re. 1. He earns a profit of Re. 1 for each apple and 50 paise for each banana . Formulate this as a linear programming problem to maximize the profit. [1/3]

एक फल विक्रेता केले और सेब बेचता है। उसके पास निवेश के लिये रु.5000 हैं और 350 फल रखने का स्थान है। एक सेब का क्रय मूल्य रु. 2 और एक केले का क्रय मूल्य रु.1 है। एक सेब पर उसे रु.1 व एक केले पर 50 पैसे का लाभ होता है। इसे एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या में निरूपित कीजिये जिससे कि लाभ को अधिकाधिक किया जा सके।

(b) Is $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$ a basic solution to the system $3x_1 + x_2 + x_3 = 4, x_1 + x_2 + 2x_3 = 2$?[1/3]

क्या $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$ निकाय $3x_1 + x_2 + x_3 = 4, x_1 + x_2 + 2x_3 = 2$ का मौलिक हल है ?

(c) Is there a feasible solution to the system $x_1 + x_2 + x_3 = 4, 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, x_1, x_2, x_3 \geq 0$? [1/3]

Max $z = 3x_2$ subject to

$$3x_1 + 2x_2 \leq 7$$
$$-x_1 + x_2 \leq 2$$

यदि $x_1, x_2 \geq 0$ and integers.

$x_1, x_2 \geq 0$ और पूर्णांक है।

----- x -----

http://www.lucknowstudy.com

(b) Find the optimal basic feasible solution of the transportation problem : [3/6]

परिवहन समस्या का इष्टतम मौलिक संभव हल ज्ञात कीजिये :

	I	II	III	IV	a_i
A	15	10	17	18	2
B	16	13	12	13	6
C	12	17	20	11	7
b_j	3	3	4	5	15

9. (a) Solve the following assignment problem :[3/6]

निम्नलिखित नियतन समस्या को हल कीजिये :

Man →	I	II	III	IV	V
Job ↓					
A	12	8	7	15	4
B	7	9	17	14	10
C	9	6	12	6	7
D	7	6	14	6	10
E	9	6	12	10	6

(b) Solve the following integer programming problem by using Gomory cut : [3/6]

गोमरी काट का प्रयोग करते हुये निम्नलिखित पूर्णांक प्रोग्रामिंग समस्या को हल कीजिये:

क्या निकाय $x_1 + x_2 + x_3 = 4$, $2x_1 + x_2 + x_3 = 2$, $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ का कोई संभव हल है।

(d) Define a convex set and give an example of it. [1/3]

एक उत्तल समुच्चय को परिभाषित कीजिये व उसका एक उदाहरण दीजिये।

(e) Is $S = \{x = (x_1, x_2) | 2x_1 + 3x_2 = 7, x_1 + x_2 \leq S\}$ a convex set ?

क्या $S = \{x = (x_1, x_2) | 2x_1 + 3x_2 = 7, x_1 + x_2 \leq S\}$ एक उत्तल समुच्चय है ?

? (f) Prove that the maxima/minima of a linear function over a convex set cannot be attained in the interior of the set. [2/3]

सिद्ध कीजिये कि एक उत्तल समुच्चय पर एक रैखिक फलन का उच्चिष्ठ/ निम्निष्ठ मान समुच्चय के आंतरिक भाग में प्राप्त नहीं हो सकता।

(g) Write the dual of : [2/3]

निम्नलिखित का द्वैत लिखिये :

http://www.lucknowstudy.com

$Min\, z = 2x_2 + 5x_3$ *subject to*

$$x_1 + x_2 \geq 2$$
$$2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 6$$
$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 4$$

If (यदि) $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

(h) Prove that the dual of the dual of the problem Max $z = cx$, $Ax \leq b$ $x \geq 0$ is the same primal problem. [2/3]

सिद्ध कीजिये कि समस्या Max $z = cx$, $Ax \leq b$ $x \geq 0$ के द्वैत का द्वैत फिर से वही आदि समस्या होती है।

(i) Find the range of variation of C_j which is consistent with the optimal solution if $C_j \notin C_B$.

यदि $C_j \notin C_B$ तो C_j के प्रकारान्तर का परास ज्ञात कीजिये जो कि इष्टतम हल के सुसंगत है।

(j) Find the initial basic feasible solution to the following transportation problem by North-West corner rule : [2/3]

निम्न परिवहन समस्या का एक प्रारंभिक मौलिक संभव

$Min\ z = x_1 + x_2$ subject to

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$
$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

यदि $x_1, x_2, \geq 0$

(b) Solve the following LPP and discuss the effect of changing b_1 to 30 : [3/5]

निम्नलिखित LPP को हल कीजिये व b_1को 30 में बदलने के असर की विवेचना कीजिये :

$Max\ z = 6x_1 + 8x_2$ *subjectto*

$$5x_1 + 10x_2 \leq b_1 = 60$$

यदि $4x_1 + 4x_2 \leq b_2 = 40$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

UNIT-IV / इकाई–IV

8. (a) Solve by the principle of duality : [3/6]

द्वैतता के सिद्धान्त द्वारा हल कीजिये :

$Min\ z = 4x_1 + 3x_2 + 6x_3$ subject to

$$x_1 + x_3 \geq 2$$
$$x_2 + x_3 \geq 5$$

यदि $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

http://www.lucknowstudy.com

UNIT-III / इकाई–III

6. (a) Solve by the method of resolution of degeneracy: [3/5]

अपकर्ष समाधान विधि द्वारा हल कीजिये :

$$Max\ z = 2x_1 + x_2\ subject\ to$$

$$4x_1 + 3x_2 \le 12$$
$$4x_1 + x_2 \le 8$$
$$4x_1 - x_2 \le 8$$

य दि $x_1, x_2 \ge 0$

(b) Solve byrevised simplex method : [3/6]

संशोधित सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिये :

$Max \quad z = x_1 + x_2 + 3x_2$ subject to

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \le 3$$
$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \le 2$$

यदि $x_1, x_2, x_3 \ge 0$

7. (a) Solve by revised simplex method standard form II: [3/5]

संशोधित सिम्पलेक्स विधि मानक रूप II द्वारा हल कीजिये:

हल उत्तर-पश्चिम छोर विधि द्वारा ज्ञात कीजिये:

	D1	D2	D3	a_i
F1	2	7	4	5
F2	3	3	1	8
F3	5	4	7	7
F4	1	6	2	14
b_j	7	9	18	34

UNIT-I / इकाई–I

2. (a) Solve graphically : [3/5]

आलेखी विधि से हल कीजिये :

$$Max\ z = 3x_1 + 4x_2\ subjectto$$

$$5x_1 + 4x_2 \le 20$$
$$3x_1 + 5x_2 \le 15$$
$$5x_1 + 4x_2 \ge 10$$
$$2x_1 + x_2 \ge 4$$

य दि $x_1, x_2 \ge 0$

(b) Find all basic solutions to the system of equations: [3/6]

समीकरणों के निकाय के सभी मौलिक हल ज्ञात कीजिये:

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 = 6, x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5.$$

http://www.lucknowstudy.com

3. (a) Give the standard and matrix forms of the LPP: [3/5]

LPP के मानक व आव्यूह रूप दीजिये :

$Min\, z = x_1 - 2x_2 + x_3$ subject to

$2x_1 + 3x_2 \le 3$

$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \ge 5$

$3x_1 + 2x_3 \le 2$

यदि $x_1, x_2, x_3 \ge 0.$

(b) Determine two different basic feasible solutions of the system : [3/6]

निकाय के दो भिन्न मौलिक संभव हल ज्ञात कीजिये :

$x_1 + 2x_3 = 1, x_2 + x_3 = 4, x_1, x_2, x_3 \ge 0$

UNIT-II / इकाई–II

4. (a) Obtain a basic feasible solution from the feasible solution $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 1$ of the system of equations : [3/5]

संभव हल $x_1 = 2, x_2 = 3, x_3 = 1$ से समीकरणों के निकाय का एक मौलिक संभव हल प्राप्त कीजिये

$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 11, 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 14, x_1, x_2, x_3 \ge 0$

(b) Solve by simplex method : [3/6]

सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिये :

$Max\ z = 3x_1 + 2x_2$ subject to

$x_1 + x_2 \le 4$

$x_1 - x_2 \le 2$

यदि $x_1, x_2 \ge 0$

5. (a) Solve by Big-M method : [3/5]

दीर्घ –M विधि द्वारा हल कीजिये :

$Min\ z = 2x_1 + 3x_2$ subject to

$x_1 + x_2 \ge 5$

$x_1 + 2x_2 \ge 6$

यदि $x_1, x_2 \ge 0$

(b) Solve by Two Phase method : [3/6]

द्विचरण विधि द्वारा हल कीजिए :

$Min\ z = 2x_1 + x_2$ subject to

$3x_1 + x_2 = 3$

$4x_1 + 3x_2 \ge 6$

$x_1 + 2x_2 \le 4$

यदि $x_1, x_2 \ge 0$

http://www.lucknowstudy.com