

Question Paper Code : 3089

B.A./B.Sc. (Part-I) Examination, 2018

(Old Course)

MATHEMATICS

[Third Paper]

(Matrices, Vectors & Differential Equations)

Time : Three Hours] [Maximum Marks : $\left\{ \begin{array}{l} \text{B.A. : 25} \\ \text{B.Sc. : 50} \end{array} \right.$

Note : Answer **five** questions in all. Question **No. 1** is **compulsory**. Besides this, attempt **one** question from each unit. **All** parts of a question must be attempted at **one** place.

कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। इसके अलावा, प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न कीजिए। एक प्रश्न के सभी भाग एक जगह कीजिए।

1. Attempt all parts : [10/20]

सभी भाग हल कीजिए :

(a) Define Involutary Matrix.

इनवाल्यूटरी आव्यूह परिभाषित कीजिए।

3089/1000

(1)

[P.T.O.]

- (b) Show that the following matrix A is a unitary matrix if $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 1$:

यदि $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 1$ तो दिखाइए कि निम्न आव्यूह A एक एकात्मक आव्यूह है :

$$A = \begin{bmatrix} \alpha + i\gamma & -\beta + i\delta \\ \beta + i\delta & \alpha - i\gamma \end{bmatrix}$$

- (c) Define rank of a Matrix.

आव्यूह की कोटि परिभाषित कीजिए।

- (d) Show that the following equations are not consistent :

दर्शाइए कि निम्न समीकरण संगत नहीं है :

$$x + y + z = -3$$

$$3x + y - 2z = -2$$

$$2x + 4y + 7z = 7$$

- (e) If, यदि :

$$r(t) = 5t^2i + tj - t^3k$$

Prove that :, सिद्ध कीजिये :

$$\int_1^2 \left(r^2 \times \frac{d^2r}{dt^2} \right) dt = -14i + 75j - 15k$$

3089/1000

(2)

- (b) Solve the differential equation :

अवकलन समीकरण को हल कीजिए :

$$y = 2px + y^2x^3$$

UNIT-IV / इकाई-IV

[4/8]

8. (a) Solve completely the differential equation :

निम्न अवकलन समीकरण को पूर्णतया हल कीजिए :

$$(y - px)(p - 1) = p$$

- (b) Find the orthogonal Trajectories of the family of curves $y^2 = 4a(x + a)$.

वक्रों $y^2 = 4a(x + a)$ का लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए।

9. Solve : हल कीजिए :

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 4y = e^x \cos x$

(b) $(x^2D^2 + xD - 1)y = x^3 \left(D \equiv \frac{d}{dx} \right)$

----- x -----

3089/1000

(7)

$$F = (3x^2 + 6y)i - 14yzj + 20xz^2k$$

- (b) Verify Stokes theorem for $F = (2x - y)i - yz^2j + y^2zk$ over the upper half surface S of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ and c is its boundary.

फलन $F = (2x - y)i - yz^2j + y^2zk$, गो ले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, के ऊपरी अर्धपृष्ठ S जिसकी बाउण्ड्री वृत्त c है, के लिए स्टोक्स प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

UNIT-III / इकाई-III

[4/8]

6. Solve the differential equations :

अवकलन समीकरणों को हल कीजिए :

(a) $x^2(1 - y)dy + y^2(1 + x)dx = 0$

(b) $(e^y + 1)\cos x + e^y \sin x \left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$

7. (a) Solve : हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y + 1}{x + 2y - 3}$$

3089/1000

(6)

- (f) Show that, दिखाइए कि :

$$\text{div curl } F = 0$$

Where :, जहाँ :

$$F = x^2yi + xzj + 2yzk$$

- (g) Solve:, हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = (x + y)^2$$

- (h) Solve:, हल कीजिए :

$$p = \log(px - y); p = \frac{dy}{dx}$$

- (i) Find the orthogonal trajectories of the family of curves $y = ax^n$.

$y = ax^n$ का लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए।

- (j) Solve:, हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$$

UNIT-I / इकाई-I

[3/7]

2. (a) Find the inverse of the matrix A using only row

3089/1000

(3)

[P.T.O.]

transformation where :

पंक्ति रूपान्तरण द्वारा निम्न आव्यूह A का प्रतिलोम आव्यूह निकालिए :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(b) Solve the following equations by matrix method :

आव्यूह विधि द्वारा निम्न समीकरण हल कीजिए :

$$x + 2y + 2z = 14$$

$$3x + 3y + 2z = 11$$

$$2x + 3y + z = 11$$

3. (a) Prove that every square matrix can be uniquely expressed as the sum of a Hermitian and Skew Hermitian matrices.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक आव्यूह को अद्वितीय प्रकार से हरमीशियन और प्रति हरमीशियन आव्यूहों के योग के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

(b) Find the characteristic roots and corresponding characteristic vectors of the following matrix A :

3089/1000

(4)

निम्न आव्यूह A के अभिलाक्षणिक मूल व उनके अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

UNIT-II / इकाई-II

[4/7]

4. (a) Find $\nabla^2 \phi$ for the function ϕ :

$\nabla^2 \phi$ ज्ञात कीजिए, जहाँ :

$$\phi = x^2 y^3 z^4$$

(b) Find unit normal to the surface $x^2 y + 2xz = 4$ at the point $(2, -2, 3)$.

बिन्दु $(2, -2, 3)$ पर पृष्ठ $x^2 y + 2xz = 4$ पर एकल अभिलम्ब ज्ञात कीजिए।

5. (a) Evaluate $\int_c F \cdot dr$ along the path $x = t, y = t^2, z = t^3$ from $(0, 0, 0)$ to $(1, 1, 1)$ where F is :

पथ $x = t, y = t^2, z = t^3$ के अनुदिश $\int_c F \cdot dr$ का मान $(0, 0, 0)$ से $(1, 1, 1)$ तक ज्ञात कीजिए, जहाँ F है :

3089/1000

(5)

[P.T.O.]