

23222/33082

B.A./B.Sc. IIIrd Semester (NEP)
Examination, 2023

MATHEMATICS

(Mechanics)

Paper : II (Major)

Time : 3 Hours]

[M.M. : 75

Note :- Answer any five questions. All questions carry equal marks.

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1. (a) Explain the working rule for finding central axis and pitch of the wrench.

केन्द्रीय अक्ष तथा रेंच की पिच निकालने की कार्यविधि समझाइए।

(b) Find the null point of the plane $x + y + z = 0$ for the force system (X, Y, Z; L, M, N).

बल निकाय (X, Y, Z; L, M, N) हेतु समतल $x + y + z = 0$ का शून्य बिंदु निकालिए।

7.8

2. (a) If P and Q are two non-intersecting forces whose directions are perpendicular, prove that the ratio of the central axis from their lines of action are Q^2 to P^2 .

यदि P और Q दो अ-प्रतिच्छेदित बल हैं जिनकी दिशाएँ लम्बवत् हैं, सिद्ध कीजिए कि उनकी प्रभावी रेखा से केन्द्रीय अक्ष की दूरी का अनुपात $Q^2 : P^2$ है।

(b) If four forces acting on a body are in equilibrium, then prove that they are generators of the same hyperboloids.

यदि एक पिण्ड पर लगने वाले चार बल संतुलन में हैं, तब सिद्ध कीजिए कि वह समान अतिपरवलयज के जनक हैं।

7.8

3. (a) Discuss the tension of a non-extensible string.

एक अविस्तार्य डोरी में तनाव को समझाइए।

- (b) A string of length a , forms the shorter diagonal of a rhombus formed by four uniform rods, each of length b and weight W , which are hinged together. If one of the rods be supported in a horizontal position, then prove that the tension of the string is :

$$\frac{2W(2b^2 - a^2)}{b(4b^2 - a^2)^{1/2}}$$

b लम्बाई और W भार वाली चार छड़ों को जोड़कर बनने वाले समचतुर्भुज की न्यूनतम लम्बाई वाली विकर्ण, a लम्बाई वाली एक डोरी है। यदि एक छड़ क्षैतिज स्थिति में सहारे पर टिकी है, तब सिद्ध कीजिए कि डोरी में तनाव है :

$$\frac{2W(2b^2 - a^2)}{b(4b^2 - a^2)^{1/2}}$$

7,8

4. (a). A body consisting of a cone and a hemisphere on the same base, rests on a rough horizontal table, the hemisphere being in contact with the table. Prove that the greatest height of the cone, so that the equilibrium may be stable, is $\sqrt{3}$ times the radius of the hemisphere.

एक पिण्ड समान आधार पर एक शंकु और एक अर्ध-गोले से निर्मित है, जो रूक्ष क्षैतिज मेज पर विश्राम की स्थिति में है तथा अर्ध-गोले के संपर्क में है। संतुलन की स्थायी होने की स्थिति में, सिद्ध कीजिए कि शंकु की महत्तम ऊँचाई अर्ध-गोले की त्रिज्या के $\sqrt{3}$ गुना होगी।

- (b) Define common catenary and establish the intrinsic equation of common catenary.

सामान्य रज्जुका को परिभाषित कीजिए और सामान्य रज्जुका की नैज समीकरण प्राप्त कीजिए।

7.8

5. (a) The end links of a uniform chain slide along a fixed rough horizontal rod. Prove that the ratio of the maximum span to the length of the chain is :

$$\mu \log \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu} \right],$$

where μ is the coefficient of friction between link and rod.

एकसमान जंजीर के दोनों सिरे एक नियत रूक्ष क्षैतिज छड़ पर फिसलते हैं। सिद्ध कीजिए कि जंजीर के अधिकतम स्पैन और लम्बाई का अनुपात है :

$$\mu \log \left[\frac{1 + \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu} \right],$$

जहाँ μ छल्ला तथा छड़ के बीच घर्षण गुणांक है।

- (b) Find the expression of sag of tightly stretched wire.

कसकर खींचे गये तार के सैग (sag) का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

7.8

6. (a). A particle is acted on by a force parallel to the axis of y whose acceleration is $\mu^2 y$. If it is initially projected with a velocity μa parallel to the x -axis at the point where $y = a$, prove that particle will trace a catenary path.

एक कण y -अक्ष की दिशा में लगने वाले बल के पभाव में क्रियाशील है, जिसका त्वरण $\mu^2 y$ है, यदि वह प्रारंभ में $y = a$ बिंदु पर μa वेग से x -अक्ष के समानांतर प्रक्षेपित किया जाए, जब सिद्ध कीजिए कि कण रज्जुका पथ का निर्माण करेगा।

- (b) Find the path and radial, transverse accelerations of a moving point if its radial and transverse velocities are λr^2 and $\mu(t)^2$ respectively.

एक गतिमान बिंदु का पथ, त्रिज्य व अनुप्रस्थ त्वरण ज्ञात कीजिए यदि उसके त्रिज्य व अनुप्रस्थ वेग क्रमशः λr^2 और $\mu(t)^2$ हैं।

7.8

7. (a) Define Simple Harmonic Motion. For a particle executing S.H.M., prove that :

$$x = a \cos(\sqrt{\mu} t),$$

where symbols have their usual meaning.

सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिए। सरल आवर्त गति करते हुए कण के लिए सिद्ध कीजिए कि :

$$x = a \cos(\sqrt{\mu} t),$$

जहाँ संकेतों के अपने सामान्य अर्थ हैं।

- (b) A particle is moving with S.H.M. and while making an excursion from one position of rest to the other, its distances from the middle points of its path at three consecutive seconds are observed to be x_1, x_2, x_3 . Prove that the time of one complete oscillation is :

$$\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}$$

एक कण सरल आवर्त गति के अंतर्गत चलायमान है और विश्राम की एक स्थिति से विश्राम की दूसरी स्थिति तक जाने के दौरान पथ में मध्य बिंदु से क्रमागत सेकंड्स पर इसकी दूरियां क्रमशः x_1, x_2, x_3 हैं। सिद्ध कीजिए कि एक सम्पूर्ण दोलन का काल है :

$$\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)}$$

7.8

8. (a) Show that the particle executing S.H.M. requires $1/6$ th of its period to move from the position of maximum displacement to one in which the maximum displacement is half of the amplitude.

सिद्ध कीजिए कि एक सरल आवर्त गति करने वाले कण को महत्तम विस्थापन की स्थिति से आयाम की आधी दूरी तय करने में आवर्तकाल का $1/6$ वां भाग लगता है।

- (b) A particle falls under gravity in a resisting medium whose resistance varies as the square of velocity. Discuss the motion if it starts from rest.

प्रतिरोधी माध्यम में एक कण गुरुत्वाकर्षण के अंतर्गत तथा वेग के वर्ग के अनुरूप परिवर्तित होने वाले प्रतिरोध के प्रभाव में गिरता है। यदि कण विश्राम की स्थिति से गति प्रारंभ करता है, तब इसकी गति को समझाइए। 7,8

9. (a) A particle is sliding on a smooth curve under gravity. If its velocity varies according as the arcual distance (s) from the highest point, then show that the curve is a cycloid.

गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव में एक कण चिकने वक्र पर फिसलता है। यदि इसका वेग उच्चतम बिंदु से चाप दूरी (s) के अनुसार परिवर्तित होता है, तब सिद्ध कीजिए कि वक्र एक चक्रज है।

- (b) Find the equation of motion of the particle of varying mass.

द्रव्यमान परिवर्तित होने वाले कण की गति का समीकरण प्राप्त कीजिए। 7,8

10. (a) If the central orbit is $r^n = a^n \cos n\theta$ is generated under a force towards the pole, find the law of force.

यदि ध्रुव की दिशा में लगने वाले बल द्वारा निर्मित कक्षा $r^n = a^n \cos n\theta$ है, तब बल नियम ज्ञात कीजिए।

- (b) A point is moving along any curve in three dimensional space. Find its acceleration along tangent, principal normal and binormal directions.

एक बिंदु त्रि-विमीय निकाय में किसी वक्र के अनुदिश गतिमान है। स्पर्शा, प्रमुख अभिलंब तथा उपाभिलंब की दिशा में त्वरण के घटक प्राप्त कीजिए। 7,8