

23221/33081

B.A./B.Sc. IIIrd Semester (NEP)
Examination, 2023

(Major)

MATHEMATICS

(Ordinary Differential Equation)

Paper : I

Time : 3 Hours]

[M.M. : 75

Note :- Answer any five questions. All questions carry equal marks.

किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1. (a) Solve the differential equation :

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\left(y + \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}x^2\right)dx + \frac{1}{4}(1 + y^2)xdy = 0. \quad 8$$

(b) Solve the differential equation :

अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$x^2y dx - (x^3 + y^3) dy = 0. \quad 7$$

2. (a) Solve :

हल कीजिए :

$$y = 2px + p^2y. \quad 7$$

(b) Find the general and singular solutions of

$$(y - px)(p - 1) = p.$$

अवकल समीकरण का सामान्य और विचित्र हल ज्ञात कीजिए :

$$(y - px)(p - 1) = p. \quad 8$$

3. (a) Find the orthogonal trajectory of the family of the parabolas $6ay^2 = (x - 3)^2$, where 'a' is a parameter.

परवलय कुल $6ay^2 = (x - 3)^2$ का लम्बकोणीय संछेदी ज्ञात कीजिए, जहाँ 'a' एक प्राचल है।

(b) Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = y^2. \quad 8$$

23221/33081 / 8

(1) K P - 303 Turn Over

<https://www.lucknowstudy.com>

23221/33081 / 8

(2)

K P - 303

<https://www.lucknowstudy.com>

4. Solve the differential equations :

अवकल समीकरणों को हल कीजिए :

(a) $\frac{d^2y}{dx^2} + a^2y = \sec ax$ 8

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x$ 7

5. (a) Solve :

हल कीजिए :

$\frac{x^2 d^2y}{dx^2} - \frac{xdy}{dx} + y = 2 \log x$ 8

(b) If $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are any two solutions of equation

$y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0,$

then prove that their Wronskian

$W = w(y_1, y_2)$

is either identically zero or never zero.

यदि $y_1(x)$ और $y_2(x)$ समीकरण

$y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$

के दो समाधान हैं, तो सिद्ध कीजिए उनका संविक्रम

$W = w(y_1, y_2)$

या तो समान रूप से शून्य है या कभी शून्य नहीं है। 7

6. (a) Find the general solution of equation

$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0,$

when $y = x$ is one known solution.

समीकरण

$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$

का सामान्य हल ज्ञात कीजिए, जबकि $y = x$ एक ज्ञात हल है। 7

(b) Use the method of variation of parameters to solve :

प्राचल विचलन विधि का प्रयोग करते हुए हल कीजिए :

$\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1 + e^x}$ 8

7. (a) Solve :

हल कीजिए :

$\frac{dx}{dt} = 3x - 4y,$

$\frac{dy}{dt} = x - y.$ 8

(b) Using Picard's method, find the first three approximations of the solution of the equation

$\frac{dy}{dx} = x + y^2, y(0) = 0.$

पिकाड विधि का प्रयोग करते हुए समीकरण के समाधान के पहले तीन सन्निकटन प्राप्त कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = x + y^2, \quad y(0) = 0 \quad 7$$

8. (a) Solve the following differential equation by power series method :

$$(2x + x^3) \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6xy = 0$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण को घात श्रेणी विधि से हल कीजिए :

$$(2x + x^3) \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6xy = 0 \quad 7$$

(b) Prove that :

सिद्ध कीजिए :

$$(i) \log_e(1+x) = x {}_2F_1\left(1, 1; 2; -x\right) \quad 4$$

$$(ii) \sin^{-1} x = x {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; x^2\right) \quad 4$$

23221/33081/8

(5) K P - 303 Turn Over

9. (a) If the homogeneous system

$$\frac{dx}{dt} = \alpha_1(t)x + \beta_1(t)y$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha_2(t)x + \beta_2(t)y$$

has two solutions

$$\left. \begin{array}{l} x = x_1(t) \\ y = y_1(t) \end{array} \right\} \text{ and } \left. \begin{array}{l} x = x_2(t) \\ y = y_2(t) \end{array} \right\}$$

on $[a, b]$, then prove that :

$$x = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t)$$

$$y = c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t)$$

is also a solution on $[a, b]$ for any constant c_1 and c_2 .

यदि समघात निकाय

$$\frac{dx}{dt} = \alpha_1(t)x + \beta_1(t)y$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha_2(t)x + \beta_2(t)y$$

23221/33081/8

(6)

K P - 303

के दो हल

$$\begin{cases} x = x_1(t) \\ y = y_1(t) \end{cases} \text{ और } \begin{cases} x = x_2(t) \\ y = y_2(t) \end{cases}$$

[a, b] पर हैं, तो सिद्ध कीजिए कि किन्हीं भी अचर c_1 और c_2 के लिए

$$x = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t)$$

$$y = c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t)$$

भी [a, b] पर एक हल होगा।

7

(b) Find the solution of non-homogeneous linear system <https://www.lucknowstudy.com>

$$\frac{dx}{dt} = x + y - 5t + 2$$

$$\frac{dy}{dt} = 4x - 2y - 8t - 8$$

असमघात रैखिक निकाय का समाधान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} = x + y - 5t + 2$$

$$\frac{dy}{dt} = 4x - 2y - 8t - 8$$

8

10 (a) Prove that :

सिद्ध कीजिए :

$$(i) \quad x J_p'(x) = p J_p(x) - x J_{p+1}(x) \quad 4$$

$$(ii) \quad J_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x. \quad 4$$

(b) Prove that :

सिद्ध कीजिए :

$$(i) \quad \int_{-1}^1 P_m(x) P_n(x) dx = 0 \quad \text{if } m \neq n \quad 4$$

$$(ii) \quad \int_{-1}^1 [P_n(x)]^2 dx = \frac{2}{2n+1} \quad \text{if } m = n \quad 3$$

<https://www.lucknowstudy.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से