

Question Paper Code : 3122

B.A. (Part-I) Examination, 2017

STATISTICS

[First Paper]

(Probability & Distribution)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 33

Note : Answer five questions in all. Questions No.1 is compulsory. Besides this, one question is to be attempted from each Unit.

कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न सं.1 अनिवार्य है। इसके अलावा, प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न किया जाना है।

1. Attempt all parts :

सभी भाग हल कीजिए :

(a) Show that for any event A :

दिखाइये कि किसी घटना A के लिए :

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

S-477/200

(1)

[P.T.O.]

- (b) Let A and B be disjoint events, neither of which has probability zero. Examine independence of A and B.

यदि A और B असंयुक्त घटनाएं हैं, जिनमें किसी की प्रायिकता शून्य नहीं है, तो A और B की स्वतन्त्रता की परीक्षा कीजिए।

- (c) For two events A and B, find $P(\bar{B}/A)$ when :

दो घटनाओं A और B के लिए, $P(\bar{B}/A)$ निकालिए जबकि :

$$P(A) = P(A/B) = \frac{1}{4} \text{ and } P(B/A) = \frac{1}{2}$$

- (d) For a Poisson distribution with parameter $\lambda = 5$, find coefficient of skewness.

एक प्वाइंसे बंटन, जिसका प्राचल $\lambda = 5$ है, उसका विषमता गुणांक निकालिए।

- (e) If x has the probability density function as follows, find k.

यदि x का प्रायिकता घनत्व फलन निम्नलिखित है तो k का मान निकालिए।

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-3x} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

- (f) If an unbiased coin is tossed n times, find the mathematical expectation of the number of heads in all the n tosses.

यदि एक अनभिनत सिक्का n बार उछाला जाता है तो n उछालों में हेड की संख्या की गणितीय प्रत्याशा निकालिए।

- (g) In usual notations, prove the following :

सामान्य प्रतीकों में, निम्नलिखित सिद्ध कीजिए :

$$V(x) = E[V(x/y)] + V[E(x/y)]$$

- (h) Specify the distribution which is special case of t-distribution with one degree of freedom. State its important properties.

t-बंटन के विशेष रूप जब स्वातंत्र्य कोटि एक है, को चिन्हित करिए तथा उसकी मुख्य विशेषताएं लिखिए।

- (i) State weak law of large numbers and its uses.

कमजोर वृहत् संख्याओं के नियम को लिखिए तथा इसके प्रयोग को भी लिखिए।

- (j) State gamma distribution and obtain its mean.

गामा बंटन लिखिए तथा इसका माध्य निकालिए।

UNIT-I / इकाई-I

2. (a) State and prove Bayes theorem.

बेज प्रमेय बताइये और सिद्ध कीजिए।

- (b) There are three bags containing respectively 2 white, 3 red, 3 black balls ; 2 white, 3 red, 2 black balls and 3 white, 1 red, 2 black balls. A bag is chosen at random and from it two balls are drawn at random. The two balls are one red and one black. What is the probability that they come from second bag ?

तीन बैग हैं जिनमें क्रमशः 2 सफेद, 3 लाल, 3 काली गेंदें ; 2 सफेद, 3 लाल, 2 काली गेंदें और 3 सफेद, 1 लाल, 2 काली गेंदें हैं। एक बैग यादृच्छिक रूप से चयन किया जाता है तथा उसमें से 2 गेंदें यादृच्छिक रूप से चयन की जाती हैं जिनमें से एक लाल और एक काली है। क्या सम्भावना है कि वे दूसरे बैग से निकाली जाती हैं ?

3. (a) Define cumulative distribution function and describe their important properties.

संचय बंटन फलन परिभाषित कीजिए तथा इसके मुख्य गुणों की व्याख्या कीजिए।

- (b) Find a probability density function for the random variable whose distribution function is given by following. Draw graph.

उस यादृच्छिक चर का प्रायिकता घनत्व फलन निकालिए जिसका संचय बंटन फलन निम्नलिखित है। ग्राफ बनाइये।

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x \leq 0 \\ x & ; \quad 0 < x < 1 \\ 1 & ; \quad x \geq 1 \end{cases}$$

UNIT-II / इकाई-II

4. The joint density function of two continuous random variables x and y is : [7½]

दो सतत यादृच्छिक चरों का संयुक्त घनत्व फलन इस प्रकार है:

$$f(x, y) = \begin{cases} (xy) & ; \quad 0 < x < 4, \quad 1 < y < 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(a) Find the value of the constant C

C का मान निकालिए।

(b) Find $P(1 < x < 2, 2 < y < 3)$

$P(1 < x < 2, 2 < y < 3)$ निकालिए।

(c) Find $P(x \geq 3, y \leq 2)$

$P(x \geq 3, y \leq 2)$ निकालिए।

5. State and prove Chebyshev's inequality. An unbiased coin is tossed 100 times. Show that the probability that the number of heads will be between 30 and 70 is greater than 0.03.

चेबीशेव असमिका लिखिए एवं सिद्ध कीजिए। एक अनभिनत सिक्का 100 बार उछाला जाता है। दिखाइये कि हेड की कुल संख्या के 30 से 70 के बीच में होने की प्रायिकता 0.03 से अधिक होगी।

UNIT-III / इकाई-III

6. Define Binomial distribution and find the first four central moments. Also comment on the nature of the distribution.

S-477/200

(6)

द्विपद बंटन को परिभाषित कीजिए तथा प्रथम चार केन्द्रीय आघूर्णों को प्राप्त कीजिए। बंटन के स्वभाव पर भी टिप्पणी कीजिए।

7. Find moment generating function of the normal distribution. Prove reproductive property of this distribution.

प्रसामान्य बंटन का आघूर्ण जनक फलन निकालिए। इस बंटन के प्रजनित गुण को भी सिद्ध कीजिए।

UNIT-IV / इकाई-IV

8. Define χ^2 -distribution and state its properties. Also derive χ^2 -distribution from normal distribution.

χ^2 -बंटन को परिभाषित कीजिए और इसकी विशेषताएं बताइये। प्रसामान्य बंटन से χ^2 -बंटन की व्युत्पत्ति कीजिए।

9. Describe bivariate normal distribution for random variables x and y. Also obtain conditional probability density function of r.v. x, given y.

द्विचर प्रसामान्य बंटन की यादृच्छिक चर x और y के लिए, व्याख्या कीजिए। यदि y दिया हुआ है तो या ∞ x का प्रतिबंधित प्रायिकता घनत्व फलन निकालिए।

----- x -----

S-477/200

(7)